**Филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования   
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»  
в г. Смоленске**

Кафедра ВТ

Отчет

по лабораторной работе №4

тема: «Методы анализа временных рядов»

по курсу: «Математические методы анализа сложных систем»

Студент: Батулев А.И.

Группа: ВМ-16 (маг)

Преподаватель: Зернов М.И.

Вариант: 3

Смоленск, 2016

1. Результаты анализа временного ряда

1) курса Фунта Стерлингов – за год

* 1. График временного ряда



Рисунок 1 – График курса Фунта Стерлингов за год

* 1. Результаты оценки стационарности ряда

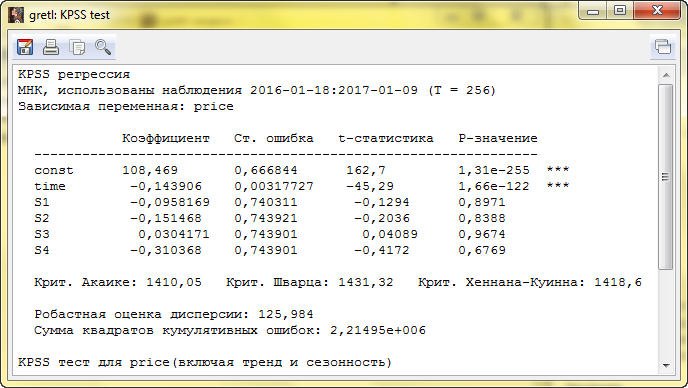


Рисунок 2 – Результат теста KPSS

Временной ряд нестационарный.

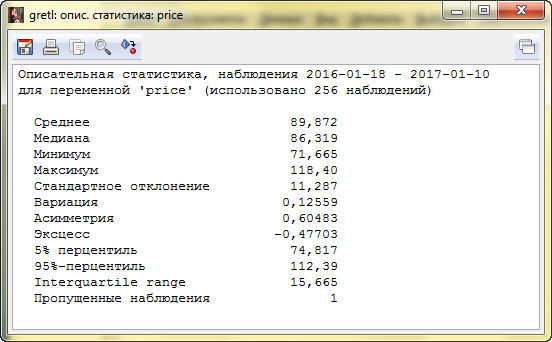


Рисунок 3 – Описательная статистика временного ряда

* 1. Модель временного ряда

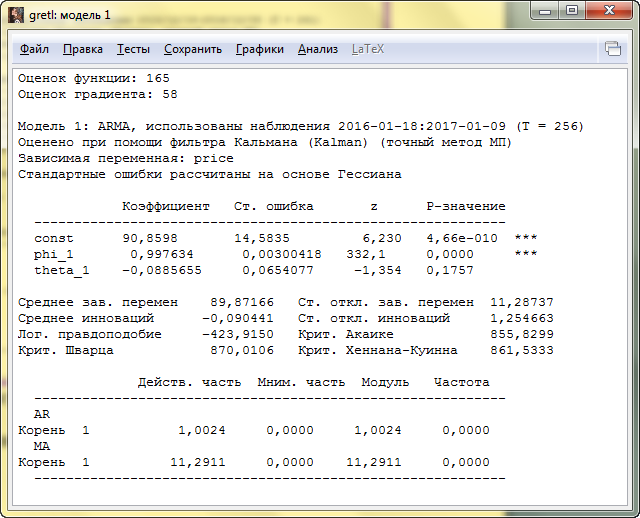


Рисунок 4 – Модель временного ряда

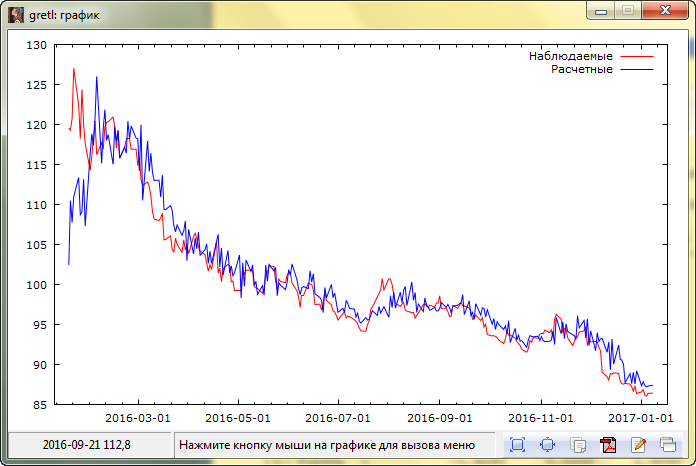


Рисунок 5 – График модели временного ряда

* 1. Характеристика остатков ряда

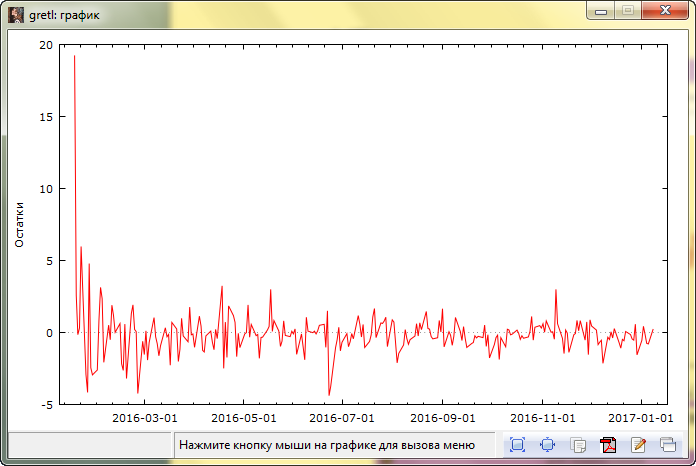


Рисунок 6 –График остатков ряда в зависимости от времени

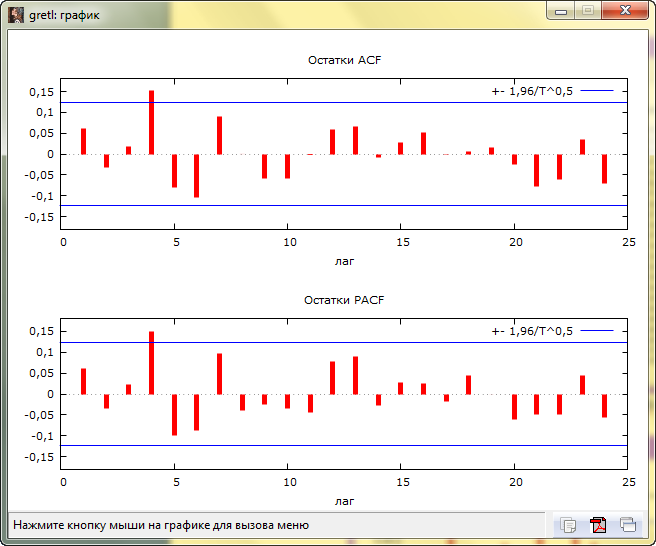
****

Рисунок 7 –Коррелограмма остатков ряда

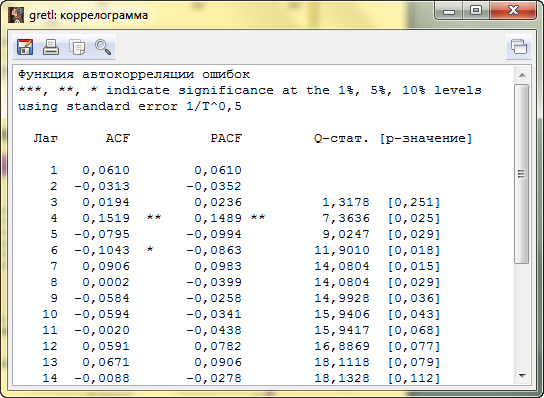


Рисунок 8 – Функция автокорреляции ошибок

* 1. Прогноз значения временного ряда на один шаг

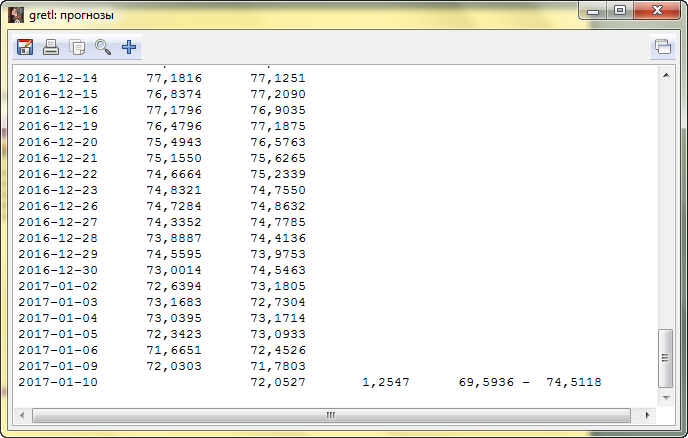


Рисунок 9 – Прогноз

* 1. Оценка точности прогноза

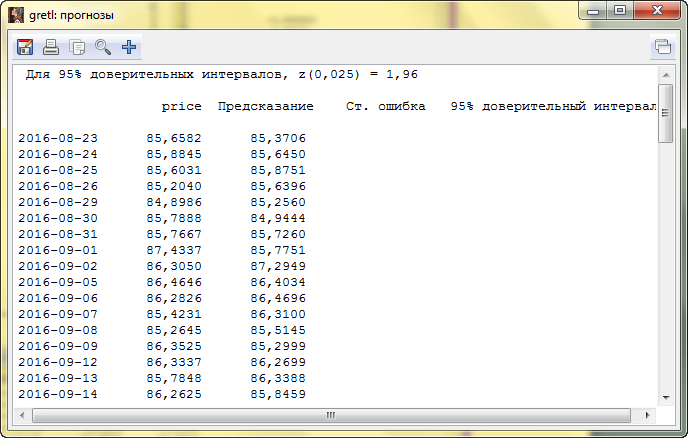


Рисунок 10 – Оценка прогноза

C 95% долей уверенности можем сказать, что значение курса Фунта стерлингов будет между 69,59 и 74,51.

Спрогнозированное значение – 72,05.



Рисунок 11 –График прогноза

* 1. Фактическое значение ряда на дату прогноза (оценивается в день, на который сделан прогноз)

Курс на 10.01.2017 – 72,64.

* 1. Фактическая ошибка прогноза

Абсолютная ошибка – 0,59

2) Статистика по Ливии

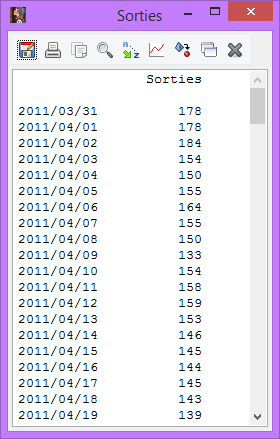


Рисунок 12 – Данные для прогнозирования

* 1. График временного ряда

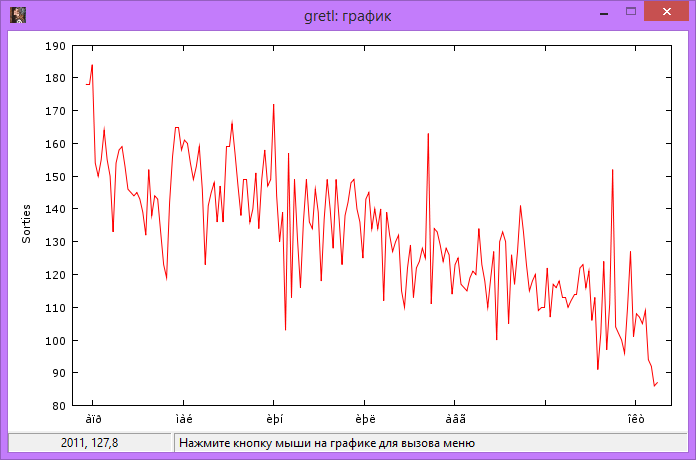


Рисунок 13 – График временного ряда

* 1. Результаты оценки стационарности ряда

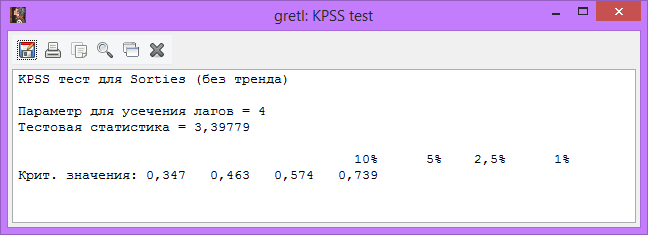


Рисунок 14 – Результат теста KPSS

Временной ряд нестационарный.

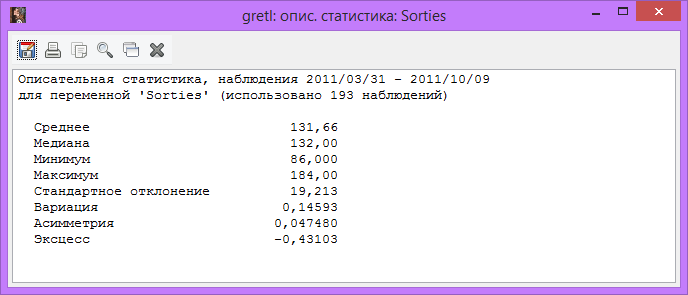


Рисунок 15 – Описательная статистика временного ряда

* 1. Модель временного ряда

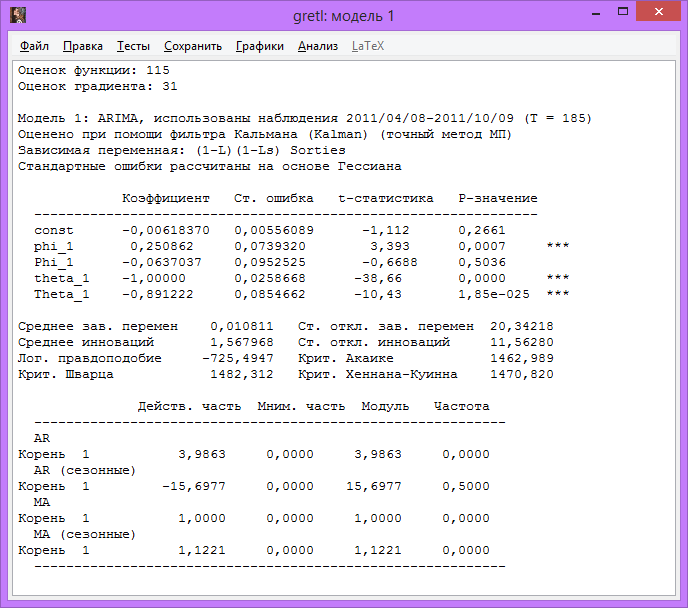


Рисунок 16 – Модель временного ряда

* 1. Характеристика остатков ряда

График остатков ряда в зависимости от времени

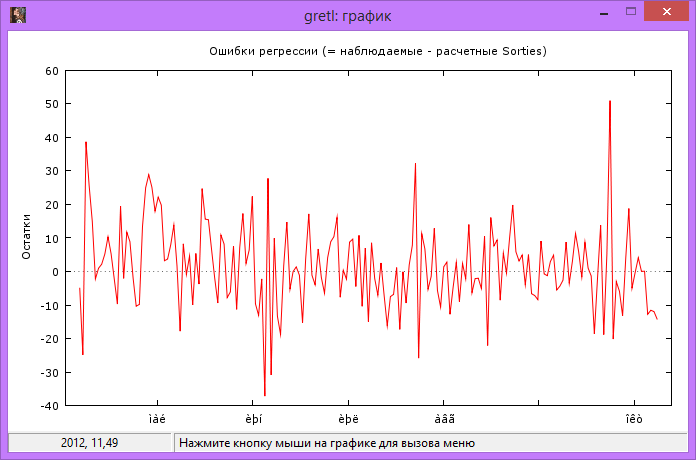


Рисунок 17 –График остатков ряда в зависимости от времени

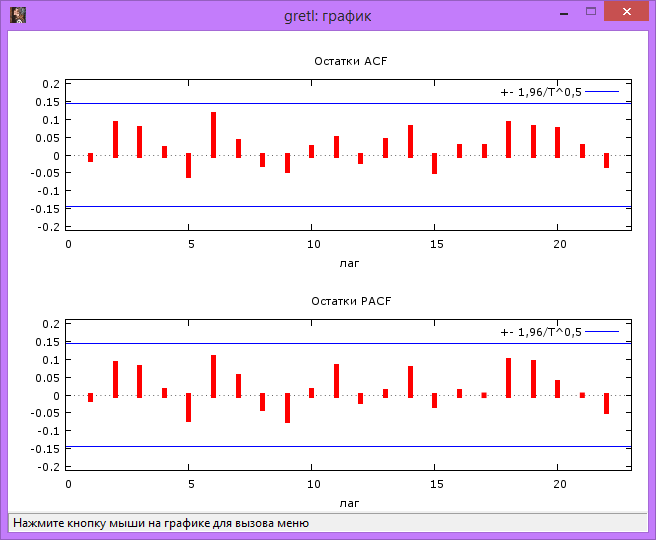


Рисунок 18 –График остатков ряда

* 1. Прогноз значения временного ряда на один шаг

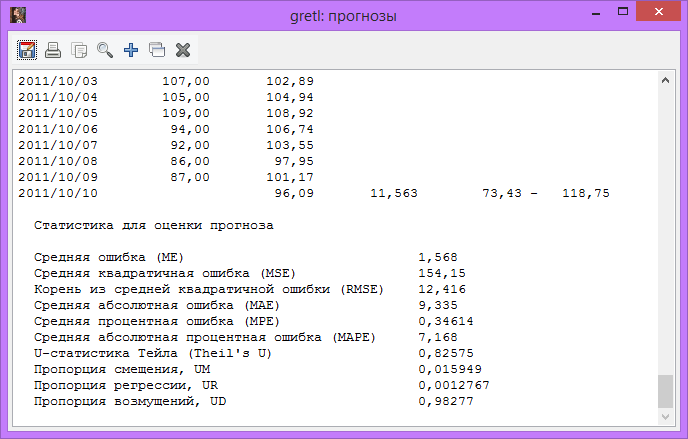


Рисунок 19 –Прогноз

Спрогнозированное значение – 96,09.

* 1. Оценка точности прогноза

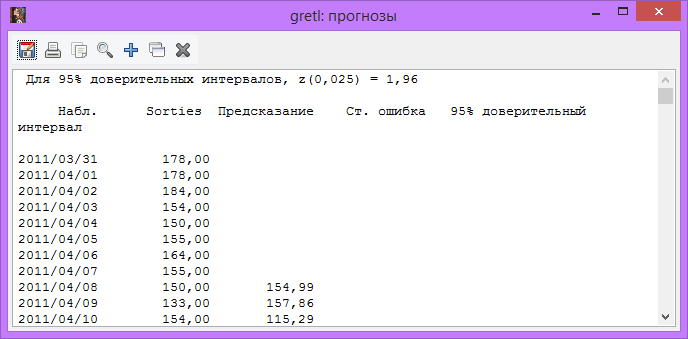


Рисунок 20 –Оценка прогноза

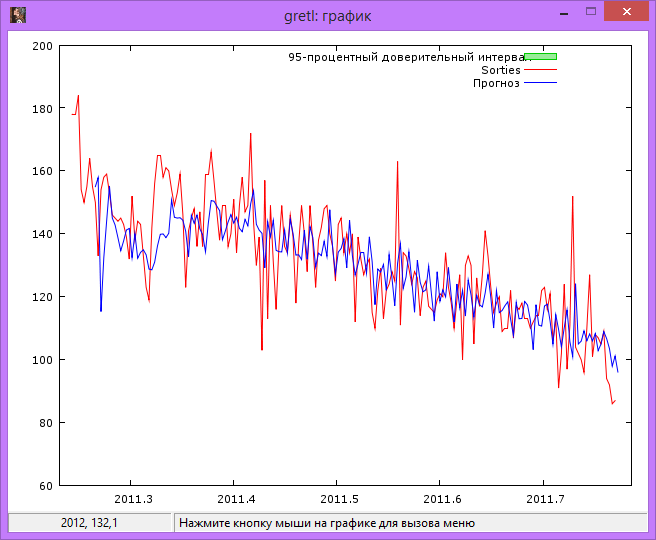


Рисунок 21 –График прогноза

3 Тесты на нормальное распределение.

Для того чтобы охарактеризовать какой-либо процесс, нужно изучить его структуру с точки зрения авторегрессии и периодичности. Если авторегрессионная структура свидетельствует, что для рассматриваемого процесса , то этот процесс нестационарен и в его дисперсии присутствует тренд.

Для выявления нестанционарности дисперсии, т.е. для подтверждения того, что в модели параметр , применяется тест для проверки единичных корней, называемый тестом Дики-Фуллера.

Тест Дики-Фуллера (DF-тест, Dickey — Fullertest) был предложен в 1979 году Дэвидом Дики и Уэйном Фуллером.

Понятие единичного корня

Временной ряд имеет единичный корень, или порядок интеграции один, если его первые разности образуют стационарный ряд. Это условие записывается как {\displaystyle y\_{t}\thicksim I(1)} если ряд первых разностей {\displaystyle \triangle y\_{t}=y\_{t}-y\_{t-1}} является стационарным {\displaystyle \triangle y\_{t}\thicksim I(0)}.

При помощи этого теста проверяют значение коэффициента *{\displaystyle a}a* в авторегрегрессионном уравнении первого порядка AR(1)

{\displaystyle y\_{t}=a\cdot y\_{t-1}+\varepsilon \_{t},}

где {\displaystyle y\_{t}} – временной ряд, а {\displaystyle \varepsilon } – ошибка.

Если *a=1*, то процесс имеет единичный корень, в этом случае ряд нестационарен, является интегрированным временным рядом первого порядка — . Если *|a|<1*, то ряд стационарный – I(0).

Для финансово-экономических процессов значение {\displaystyle |a|>1}*|a|>1* не свойственно, так как в этом случае процесс является «взрывным». Возникновение таких процессов маловероятно, так как финансово-экономическая среда достаточно инерционная, что не позволяет принимать бесконечно большие значения за малые промежутки времени.

Сущность DF-теста

Приведенное авторегрессионное уравнение AR(1) можно переписать в виде:

{\displaystyle \triangle y\_{t}=b\cdot y\_{t-1}+\varepsilon \_{t},}

где , а  — оператор разности первого порядка {\displaystyle \triangle y\_{t}=y\_{t}-y\_{t-1}} .

Поэтому проверка гипотезы о единичном корне в данном представлении означает проверку нулевой гипотезы о равенстве нулю коэффициента *b*. Поскольку случай «взрывных» процессов исключается, то тест является односторонним, то есть альтернативной гипотезой является гипотеза о том, чтокоэффициент *b* меньше нуля. Статистика теста (DF-статистика) — это обычная *t*{\displaystyle t}-статистика для проверки значимости коэффициентов линейной регрессии. Однако, распределение данной статистики отличается от классического распределения *t*{\displaystyle t}-статистики (распределение Стьюдента или асимптотическое нормальное распределение). Распределение DF-статистики выражается через винеровский процесс и называется распределением Дики — Фуллера.

Существует три версии теста (тестовых регрессий):

* без константы и тренда

{\displaystyle \triangle y\_{t}=b\cdot y\_{t-1}+\varepsilon \_{t}.}

* с константой, но без тренда:

{\displaystyle \triangle y\_{t}=b\_{0}+b\cdot y\_{t-1}+\varepsilon \_{t}.}

* с константой и линейным трендом:

{\displaystyle \triangle y\_{t}=b\_{0}+b\_{1}\cdot t+b\cdot y\_{t-1}+\varepsilon \_{t}.}

Для каждой из трёх тестовых регрессий существуют свои критические значения *DF*-статистики, которые берутся из специальной таблицы Дики — Фуллера (МакКиннона). Если значение статистики лежит левее критического значения (критические значения — отрицательные) при данном уровне значимости, то нулевая гипотеза о единичном корне отклоняется и процесс признается стационарным (в смысле данного теста). В противном случае гипотеза не отвергается и процесс может содержать единичные корни, то есть быть нестационарным (интегрированным) временным рядом.

Расширенный тест Дики — Фуллера (ADF)

Если в тестовые регрессии добавить лаги первых разностей временного ряда, то распределение DF-статистики (а значит, критические значения) не изменится. Такой тест называют расширенным тестом Дики — Фуллера.

Необходимость включения лагов первых разностей связана с тем, что процесс может быть авторегрессией не первого, а более высокого порядка.

Рассмотрим на примере модели AR(2):

{\displaystyle y\_{t}=a\_{1}y\_{t-1}+a\_{2}y\_{t-2}+\varepsilon \_{t}.}

Данную модель можно представить в виде:

{\displaystyle y\_{t}=a\_{1}y\_{t-1}+a\_{2}y\_{t-2}+\varepsilon \_{t}.}{\displaystyle \triangle y\_{t}=(a\_{1}+a\_{2}-1)y\_{t-1}-a\_{2}\triangle y\_{t-1}+\varepsilon \_{t}.}

Если временной ряд имеет один единичный корень, то первые разности по определению стационарны. А поскольку {\displaystyle y\_{t-1}} по предположению нестационарен, то если коэффициент при нём не равен нулю, уравнение противоречиво. Таким образом, из предположения об интегрированности первого порядка для такого ряда следует, что {\displaystyle a\_{1}+a\_{2}-1=0}. Таким образом, для проверки наличия единичных корней в данной модели следует провести стандартный DF-тест для коэффициента при {\displaystyle y\_{t-1}}, причем в тестовую регрессию должен быть добавлен лаг первой разности зависимой переменной.

Кроме указанной причины также существует и другая — ошибки модели могут не быть белым шумом, а быть некоторым стационарным ARMA-процессом, поэтому следует проверить наличие единичного корня для нескольких лагов. Следует, однако, учесть, что увеличение числа лагов приводит к снижению мощности теста. Обычно ограничиваются тремя-четырьмя лагами.

Источники:

1. https://ru.wikipedia.org/wiki/ Тест\_Дики\_—\_Фуллера
2. Куфель Т. Эконометрика: решение задач с применением пакета программ GRETL